

11. cvičení - Taylorův polynom

☛☛☛ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Nalezněte Taylorův polynom k -tého řádu funkce f v bodě 0.

- | | |
|---|--|
| (a) $f(x) = e^{x^2}, k = 6$ | (h) $f(x) = e^x \sin(x), k = 6$ |
| (b) $f(x) = \sin(2x^2 + 3x), k = 5$ | (i) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, k = 4$ |
| (c) ☛☛☛ $f(x) = e^{-3x} + \sin(x^2), k = 4$ | (j) $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}, k = 3$ |
| (d) $f(x) = \sin^2(x), k = 8$ | (k) ☛☛☛ $f(x) = \sqrt[3]{x+1}, k = 4$ |
| (e) ☛☛☛ $f(x) = \ln(\cos(x)), k = 4$ | (l) $f(x) = (1 + \ln(x+1))^{\sin(x)}, k = 2$ |
| (f) ☛☛☛ $f(x) = \frac{\sin(2x)}{\cos(3x)}, k = 3$ | (m) $f(x) = \cos(x^2)^{\sin x}, k = 5$ |
| (g) ☛☛☛ $f(x) = \cos(\sin(x)), k = 5$ | |

Příklad 2. Nalezněte Taylorův polynom řádu m pro danou funkci v bodě x .

- (a) ☛☛☛ $x \cdot \log x, x = 1, m = 3$
- (b) $\sin x, x = \frac{\pi}{2}, m = 3$
- (c) $\sqrt{x}, x = 1, m = 5$
- (d) $\cos \frac{x\pi}{2}, x = 1, m = 9$
- (e) $\frac{1-x}{1+x}, x = 0, m = 7$
- (f) $\frac{1}{x}, x = 3, m = 5$

Pokračování na další straně



■ = zkouškový příklad

Příklad 3. Spočtěte limity pomocí Taylorova polynomu.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{\sin^3 x}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3}$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + a^{-x} - 2}{\operatorname{tg}^2 x}, \quad a > 0$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right)$
- (g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\cos x)^{\sin x}}{x^3}$
- (h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \sin x}}{\sin^3 x}$
- (i) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{3}{2}} (\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x})$
- (j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2 \sin x) - 2 \sin x}{x^3}$
- (k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin^2 x} - \cos x - 3 \sin(\frac{1}{2}x^2)}{(1 - \cos x)^2}$
- (l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{\log(1 - x^2 - x^4) - \log(1 - x^2 + x^4)}$
- (m) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - 1 + \frac{1}{2}x^2}{x^4}$
- (n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^4}$
- (o) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\cos(\sin x) - 1) + \frac{1}{2}x^2}{x^2 \sin^2 x}$
- (p) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - x^2 \log \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right)$
- (q) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[6]{x^6 + x^5} - \sqrt[6]{x^6 - x^5} \right)$
- (r) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{3}{2}} (\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x})$
- (s) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(x^3 - x^2 + \frac{x}{2} \right) e^{\frac{1}{x}} - \sqrt{x^6 + 1} \right)$

Příklad 4. Nalezněte $n \in \mathbb{N}$ tak, by následující limity byly konečné a nenulové.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\sin x) - \sin(\operatorname{tg} x)}{x^n}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^x - 1}{x^n}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos(\operatorname{tg} x)}{x^n}$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e - (1+x)^{\frac{1}{x}}}{x^n}$
- (e) Najděte $a, b \in \mathbb{R}$, aby $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - (a + b \cos x) \sin x}{x^4} = 0$.
- (f) Najděte $a, b \in \mathbb{R}$, aby $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - a \sin x - b \operatorname{tg} x}{x^4} = 0$ a spočtěte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - a \sin x - b \operatorname{tg} x}{x^5}$.

